

Universidad Colegio Mayor de Cundinamarca

Facultad de Economía y Administración Programa de Economía

**Eficiencia del gasto público en educación media en los departamentos de Colombia
(2020-2023): Un análisis de conectividad y adaptación digital**

Monografía presentada como requisito para optar al título de Economista.

Andrés Felipe Garnica Carranza

Director:

Gustavo León Escobar

Bogotá D.C.

Noviembre de 2025

1. Resumen

El análisis sobre la eficiencia del gasto público en educación media en Colombia, desarrollado en este trabajo, resalta los desafíos generados por la pandemia de COVID-19, y se concentra en las dimensiones tecnológicas y pedagógicas, con variables tradicionales y dos nuevas variables propuestas. Se evidencia que la brecha digital entre los departamentos limitó el acceso a recursos digitales y la continuidad del aprendizaje, acentuando las desigualdades existentes. La incorporación de indicadores como la disponibilidad de TIC y las competencias digitales permite una comprensión más profunda del impacto de la pandemia en el sector. Además, el trabajo demuestra la necesidad de políticas que mejoren la conectividad y la inversión en infraestructura tecnológica, así como la capacitación docente en competencias digitales. Se propone adoptar estrategias de modernización, fortalecer la gestión institucional y promover la colaboración entre diferentes actores para optimizar el uso de recursos y ampliar la cobertura y calidad educativa, enfrentando los desafíos actuales y futuros para reducir la brecha educativa y aumentar la eficiencia en el gasto público en educación media.

Palabras Clave: Eficiencia, Capital Humano, Educación, Gasto Público, Productividad.

Abstract

The analysis of public spending efficiency in secondary education in Colombia, developed in this study, highlights the challenges generated by the COVID-19 pandemic and focuses on technological and pedagogical dimensions, incorporating traditional variables and two newly proposed variables. The digital divide among departments limited access to digital resources and continuity of learning, exacerbating existing inequalities. The inclusion of indicators such as ICT availability and digital competencies allows for a deeper understanding of

the pandemic's impact on the sector. Furthermore, the study demonstrates the need for policies that improve connectivity and investment in technological infrastructure, as well as teacher training in digital skills. Strategies for modernization, strengthened institutional management, and collaboration among different stakeholders are proposed to optimize resource use and expand educational coverage and quality, addressing current and future challenges to reduce the educational gap and increase the efficiency of public spending in secondary education.

Keywords: Efficiency, Human Capital, Education, Public Spending, Productivity

Tabla de contenido.

Portada	1
Tabla de contenido...	2
1. Resumen...	3
2. Introducción...	3
a. Pregunta problema	5
b. Objetivo general...	7
c. Objetivos específicos	8
3. Marco teórico...	8
4. Estado del Arte	14
5. Metodología...	21
a. Variables...	24
b. Modelo DEA, CCR y BCC	26
6. Resultados del Modelo	29
7. Conclusiones...	38
8. Referencias...	40
9. Anexos...	44

2. Introducción

La educación media representa un pilar fundamental para el desarrollo del capital humano y, en consecuencia, para la prosperidad económica de una nación. La capacidad productiva y la riqueza de un país (como lo ha demostrado la economía del desarrollo, incluyendo el trabajo de Claudia Goldin, 2016), están directamente relacionadas con el desarrollo

de habilidades y conocimientos de su población. Por lo tanto, el gasto público en este sector de escolaridad no es meramente un costo, sino una inversión estratégica cuyo retorno debe ser maximizado.

En el contexto colombiano, este tema adquiere relevancia debido a las profundas brechas regionales que existen y a los desafíos estructurales que afectan la eficiencia y calidad educativa. Adicionalmente, la pandemia de COVID-19 (2020-2021) transformó el panorama de la educación. Abadía (2020) en un informe titulado “El reto que el sector educativo en Colombia debe superar tras la pandemia” explicó que la educación virtual no era viable en Colombia, ya que el 80% de los estudiantes pertenecen a colegios públicos y el 63% de ellos no tiene acceso a internet ni a computadores. Esta situación evidenció la necesidad de políticas públicas orientadas a masificar la conectividad, dotar a las instituciones de recursos tecnológicos y capacitar a los docentes en el uso pedagógico de las TIC; de hecho, el 48% los docentes no contaban con competencias digitales adecuadas.

En esta misma línea, Jorge Toro (2022), en un artículo titulado “Efecto de la pandemia sobre el sistema educativo colombiano”, señala que las brechas entre colegios públicos y privados que iban disminuyendo antes de la pandemia, se ampliaron nuevamente debido a las desigualdades tecnológicas.

Comprender estas brechas resulta esencial para dimensionar el impacto del problema, especialmente en los niveles de educación básica y media, que son niveles educativos fundamentales para el desarrollo del capital humano. De acuerdo con el estudio “Revisión de políticas nacionales de educación. La educación en Colombia.” del Ministerio de Educación Nacional (2016), se explica que la existencia de una educación escolar básica de calidad es la clave para que todos los menores puedan explotar al máximo sus capacidades y adquieran las

competencias cruciales necesarias para realizarse personalmente y ser productivos en el trabajo, mientras que la educación media tiene como propósito consolidar y profundizar las competencias de los alumnos, brindándoles la base necesaria para dos caminos principales: proseguir con la educación superior o entrar al mercado laboral, además se explica que la educación superior es esencial para el éxito y la prosperidad nacional. Por lo anterior, este trabajo se enfoca en la educación media debido a la necesidad de poder consolidar conocimientos para hacer parte de la fuerza laboral y/o mejorar las posibilidades de los habitantes de Colombia.

El cierre masivo de instituciones educativas (3.817 colegios oficiales 2019-2023 según el Dane) durante la pandemia generó una transición abrupta a la educación remota y virtual, evidenciando la necesidad de fortalecer los recursos tecnológicos y las competencias digitales. Aunque este cambio aceleró la adopción de herramientas digitales, también profundizó las desigualdades preexistentes entre regiones y estratos sociales. Estas disparidades generan una amenaza a la formación del capital humano en el largo plazo, afectando la productividad nacional, el crecimiento sostenible y la reducción de la pobreza.

En este contexto surge la necesidad de evaluar cómo la pandemia alteró la eficiencia del gasto público educativo, considerando el panorama actual y las diferentes regiones de Colombia.

Pregunta problema:

En este escenario post pandemia, la pregunta fundamental que guía este trabajo es: **¿Cómo afectó la pandemia de COVID-19 (2020-2021) a la eficiencia del gasto público departamental en la educación media en Colombia (2020-2023) al ser analizada con variables de conectividad, acceso digital y continuidad educativa?** Ya que la educación media es uno de los pilares fundamentales para el desarrollo del capital humano, se hace necesario

investigar si debido a la pandemia, las brechas en este nivel educativo aumentaron como resultado de un incremento en la ineficiencia de algunos departamentos para los años de post-pandemia, analizando factores y variables de conectividad y adaptación digital.

Normalmente, la eficiencia del gasto educativo se ha evaluado mediante métricas convencionales como los resultados de pruebas estandarizadas y las tasas de graduación; si bien son relevantes, estos indicadores se han quedado cortos para capturar la complejidad de la gestión post-pandemia. Como lo señala el informe de la UNESCO (2023) “Tecnología en la educación: ¿Una herramienta en los términos de quién?”, también debe incluir la pertinencia (desarrollo de habilidades digitales y socioemocionales) y la equidad (garantizar el acceso a recursos físicos y digitales). El sistema educativo colombiano, con su notoria desigualdad social y tecnológica, demanda una evaluación un poco más amplia, que no solo califique parámetros tradicionales, sino que también incluye algunos novedosos. Por ello, el Objetivo General de este estudio es interpretar la eficiencia relativa en el uso de fondos públicos, utilizando el modelo de Análisis de Datos Envolventes (DEA, por sus siglas en inglés)

El Análisis de Datos Envolventes (DEA), es una herramienta no paramétrica robusta para el análisis de eficiencia con múltiples *inputs* y *outputs*, es clave para contrastar el rendimiento relativo de los 33 departamentos de Colombia. El modelo DEA se justifica en su uso porque, a diferencia de los métodos paramétricos, no requiere asumir una forma funcional predefinida para la frontera de producción, lo que es invaluable para el modelo en un sector como la educación, donde las relaciones insumo-producto son complejas y a menudo opacas. Además, es útil para realizar *benchmarking* (*hacer estudios para sugerencias de políticas públicas*) y comparaciones entre unidades de decisión heterogéneas (los departamentos de Colombia), identificando a los referentes de eficiencia. Aun así, es crucial reconocer sus limitaciones; el DEA es sumamente

sensible a la selección de variables (*inputs* y *outputs*) y, dado que su resultado es relativo, clasifica cómo eficiente a cualquier unidad que se encuentre en la frontera observada, lo cual no implica necesariamente una eficiencia absoluta o perfecta¹; otra limitación es que no incorpora directamente el error aleatorio o el ruido estadístico, atribuyendo toda desviación de la frontera a la ineficiencia. Aun con estas limitaciones, se mantiene su uso, ya que el modelo proporciona una aproximación objetiva para la evaluación del desempeño del sistema educativo con las nuevas dimensiones digitales; además, es imposible abarcar la totalidad del sector de la educación pública media, por lo que es una adecuada aproximación a diferencia de otros modelos que recogen una menor cantidad de variables y relaciones.

Este estudio se justifica por su importancia diagnóstica, progresista y de veeduría ciudadana. Aborda la necesidad de mejorar la eficiencia de la inversión pública en educación en una época definida por la necesidad de ampliar la cobertura digital.

Objetivo general:

Ampliar la visión en la eficiencia de la inversión pública educativa al incorporar variables de conectividad, acceso digital y continuidad educativa, lo que permite una evaluación más completa del crecimiento del capital humano en la educación media. No solo es un análisis tradicional para años recientes en Colombia, también es la incorporación de dos variables que pueden afectar la continuidad de la educación y a su vez la calidad para obtener resultados educativos competentes para la vida laboral o continuidad educativa.

¹ La eficiencia perfecta o absoluta en el modelo DEA (Data Envelopment Analysis o Análisis Envoltente de Datos) se refiere al nivel de rendimiento que ha alcanzado una Unidad de Toma de Decisiones (DMU) al operar en la Frontera Eficiente. Una DMU se considera **perfectamente eficiente relativamente** si su puntuación de eficiencia es 100% (1) (A Charnes, WW Cooper, E Rhodes, 1978).

Objetivos específicos:

1. Medir qué departamentos en Colombia fueron más eficientes en su gasto público en educación, considerando los efectos de la pandemia de COVID-19 y utilizando el modelo DEA con las nuevas variables tecnológicas.
2. Estimar la evolución de la eficiencia de los 33 departamentos de Colombia entre 2020 y 2023, determinando si la pandemia de COVID-19 exacerbó problemas de ineficiencia o desigualdades
3. Identificar los diversos determinantes de la eficiencia teniendo en cuenta los *inputs* y *outputs* propuestos para el modelo DEA y las variables propuestas en la metodología.

Este análisis ayudará a los responsables de la política a observar en dónde las inversiones están realmente haciendo una diferencia y dónde están fallando en cerrar la brecha de equidad y tecnológica, basándose en el análisis del trabajo de Galvis-Aponte (2020).

3. Marco Teórico.

El trabajo de Theodore W. Schultz, 1961, "Investment in Human Capital" habla de cómo las personas hacen parte de una forma de riqueza en sí mismo y que su capacidad productiva puede ser incrementada mediante la inversión. Históricamente, el análisis económico había ignorado o subestimado el papel de los seres humanos como capital, centrándose solo en la tierra (T), el trabajo (L) y los bienes de capital físico (K). Schultz fue en contra de esta visión al proponer que el crecimiento en la producción de las naciones avanzadas se debía al rápido aumento del capital que reside en la población.

Este trabajo termina por ser importante dado que le da un nuevo significado a ciertos gastos humanos, no sólo como mero consumo, sino como inversión con retornos futuros. El

capital humano abarca diversas formas de inversión, como los gastos en salud, la migración hacia lugares con mejores oportunidades y la formación en educación. Schultz defendió que la principal característica que debían seguir los sistemas económicos modernos es el crecimiento del capital humano a un ritmo superior al del capital convencional (T, K, L).

La educación en este trabajo se ve como la fuente más importante del capital humano. Schultz propuso que invertir en educación, ya sea a nivel individual o social, aumenta la productividad de los trabajadores. El tiempo no laborado y el dinero invertido en la educación se debe considerar como un costo que se recupera con creces por medio de salarios más altos y una mayor eficiencia laboral (el mayor ingreso que percibe una persona con formación superior es el rendimiento de su inversión). Así mismo, a nivel macroeconómico, la acumulación de conocimientos y habilidades en la fuerza laboral explica una parte sustancial del crecimiento económico agregado de una nación, asegurando que la inversión en la capacidad humana (sea pública o privada) es sinónimo de crecimiento en el largo plazo.

Becker, 1964, en su obra “Human Capital: A Theoretical and Empirical Analysis with Special Reference to Education, First Edition”, profundiza la teoría al establecer de manera analítica y empírica una forma de tratar las habilidades y los conocimientos adquiridos como un activo económico. Becker sostiene que la educación no solo aumenta la productividad al mejorar las habilidades y conocimientos de los individuos, sino que, además, también tiene un efecto directo en la reducción de la desigualdad al ofrecer a las personas de diferentes segmentos sociales la oportunidad de mejorar su capital humano y, de esta manera, sus posibilidades brindándoles la posibilidad de mejorar su situación económica.

En su trabajo, Becker modela la decisión de estudiar como una elección de inversión racional; los individuos comparan los costos de la formación (que incluyen no solo las matrículas

y los ingresos no obtenidos por no laborar o como "costos de oportunidad" durante los años de estudio) con el valor actual descontado de los beneficios futuros (mayores ingresos a lo largo de la vida). De esta manera se encuentra una relación positiva entre el nivel de educación y los mayores ingresos a lo largo de la vida, lo que representa un retorno privado de la inversión en educación y fomenta la inversión en capacitación del capital humano.

Además, Becker validó este modelo al demostrar que la educación rinde una tasa de retorno interna y positiva, comparable a la de la inversión en capital físico (K). Esta evidencia estadística demostró que la educación debe verse como una inversión que explica las diferencias salariales. A nivel social, el retorno se refleja en una fuerza laboral más productiva y en una base tributaria más amplia. Por todo lo anterior, Becker enfatiza que la inversión en capital humano genera externalidades positivas, tales como una mayor capacidad de innovación, una mejor salud pública y una participación por parte de la ciudadanía más informada, beneficiando así a toda la economía y la sociedad en el largo plazo.

Por otro lado, el Modelo de Crecimiento Endógeno de Robert E. Lucas Jr. (1988), presentado en "On the Mechanics of Economic Development" establece que la acumulación de capital humano es el factor clave para el crecimiento económico sostenido. Esta inversión en conocimientos y habilidades del capital humano tiene un doble impacto. Primero, ofrece un retorno privado al individuo, ya que la mejora en su capital humano aumenta directamente su productividad y, consecuentemente, su ingreso personal. Segundo, y más importante, genera una externalidad tecnológica positiva (o retorno social) para el conjunto de la economía.

Según Lucas (1988), el nivel promedio de capital humano en la sociedad actúa como un factor externo que beneficia a todos. El conocimiento de un trabajador no se queda simplemente aislado; sino que más bien, se difunde, elevando la productividad del capital físico y de otros

trabajadores. Esta difusión acelera el progreso tecnológico agregado, lo que permite que la economía crezca de manera continua sin estar limitada totalmente por los rendimientos decrecientes del capital físico. Esta externalidad positiva social justifica la necesidad de la intervención estatal; dado que el beneficio social total de la inversión educativa supera el beneficio privado que el individuo puede internalizar, la inversión privada en educación será, desde una perspectiva meramente social, subóptima. Por lo tanto, el Estado debe subsidiar o proveer educación pública de calidad para acercar la inversión social al nivel óptimo, asegurando así la prosperidad y la competitividad de la nación a largo plazo.

Una perspectiva crucial para este trabajo es desarrollada por Joseph E. Stiglitz (2012) en su obra “El Precio de la Desigualdad”, sostiene que la función del sistema tributario va mucho más allá de la mera recaudación. El sistema fiscal es una herramienta indispensable de política económica diseñada para proporcionar bienes públicos y corregir las fallas inherentes del mercado.

Stiglitz argumenta que, dado que los mercados por sí solos tienden a generar una acumulación excesiva de riqueza en pocas manos (lo que él llama rent-seeking), el Estado debe intervenir. Al financiar bienes públicos como la educación, la infraestructura y la salud (que son en gran medida no excluyentes y no rivales en el consumo, además de ser bienes meritorios), el Estado promueve el bienestar social, impulsa el crecimiento económico agregado y garantiza la igualdad de oportunidades para los sectores menos favorecidos. Para lograr estos fines, un sistema progresivo de impuestos (donde los individuos con mayor capacidad económica contribuyen proporcionalmente más) es fundamental. Este sistema no solo provee los fondos necesarios para la inversión en capital humano e infraestructura, sino que también actúa como el principal mecanismo para contrarrestar la tendencia natural de las fuerzas del mercado a generar

y perpetuar la desigualdad económica y social.

Este estudio se fundamenta principalmente en los postulados de la investigación “Capital humano” de Claudia Goldin (2016), que proporciona un enfoque empírico y de largo plazo sobre el papel crucial de la educación en el desarrollo económico. Su investigación demuestra que el crecimiento sostenido de Estados Unidos no se entiende únicamente por la acumulación de capital físico (tecnología) sino en gran medida por la expansión del capital humano, impulsada por la masificación de la escolarización pública a lo largo del tiempo.

Goldin destaca que la inversión en educación pública tuvo un doble impacto para explicar lo sucedido en Estados Unidos. Primero, elevó la productividad individual y en consecuencia los ingresos de los trabajadores, segundo, y quizás aún más importante, desde una perspectiva sociopolítica contribuyó a construir una sociedad más equitativa en términos de ingresos, sirviendo como un mecanismo para reducir las brechas de desigualdad y promover la movilidad social. Este papel de la educación como herramienta de equidad es especialmente relevante al analizar contextos como el de América Latina, donde las brechas educativas y sociales siguen siendo un desafío.

Además, Goldin enfatiza que la inversión educativa “ineficiente o insuficiente” actúa como un limitante estructural al potencial de crecimiento económico de una nación y, de manera crucial, perpetúa las desigualdades sociales. Por ello, es necesario que los responsables de la formulación de políticas públicas diseñen intervenciones que maximicen el retorno social de la inversión en educación, buscando no solo eficiencia económica sino también justicia distributiva en la educación, permitiendo la movilidad social. La experiencia histórica y las evidencias empíricas de Goldin afirman que una inversión adecuada en capital humano es esencial para un crecimiento sostenido y una sociedad más equitativa en el largo plazo.

El análisis de los postulados de Gary Becker (1964), Robert E. Lucas Jr. (1988), Claudia Goldin (2016) y Joseph E. Stiglitz (2012) revelan una valiosa tesis de convergencia: la inversión en educación como acumulación de Capital Humano es el motor más eficaz para generar crecimiento económico sostenido y equidad social en una economía. Becker estableció una base microeconómica, señalando que la educación es una inversión que eleva la productividad individual y, por ende, el retorno privado (mayores ingresos). Goldin y Lucas expanden esta visión al nivel macro, demostrando que esta acumulación no solo beneficia al individuo, sino que también produce un retorno social a través de externalidades tecnológicas (Lucas) y actúa como un mecanismo histórico fundamental para reducir las brechas de desigualdad (Goldin y Stiglitz).

La tensión teórica reside en la necesidad de armonizar el incentivo privado con el beneficio social. Si la inversión privada es subóptima desde una perspectiva social (dado que el beneficio total excede el retorno individual), la intervención estatal es indispensable. El Estado debe garantizar la provisión masiva de educación pública de alta calidad para asegurar que todos los ciudadanos, especialmente los de menores recursos, puedan acumular capital humano, cumpliendo el postulado de Becker de movilidad social y maximizando el potencial de crecimiento endógeno que describe Lucas.

Aun así, esta provisión universal depende de un sistema de financiación robusto y justo, un punto crucial que introduce Stiglitz (2012) y que además, como lo dice Becker (1964) este sistema se genera por medio de la inversión en el capital humano generando una mejor salud pública. El sistema fiscal, al aplicar una estructura progresiva, no solo recauda los fondos necesarios para financiar la educación y otros bienes públicos, sino que también actúa como la principal herramienta de redistribución, contrarrestando la tendencia natural de los mercados a generar excesiva concentración de riqueza. Por lo tanto, una falla en la financiación (impuestos

insuficientes o regresivos) o una falla en la asignación (inversión educativa ineficiente o desigual) afectará toda la cadena de valor, limitando el potencial de crecimiento de la nación y perpetuando la desigualdad estructural, generando que las visiones anteriormente descritas del capital humano no se cumplan. La efectividad de la inversión en capital humano es, en esencia, una medida de la voluntad política para asegurar la justicia distributiva en la fiscalidad y la eficiencia en el gasto educativo.

4. Estado del Arte

El trabajo de Eric Hanushek y Wößmann, 2007, sobre la eficiencia en la educación es un análisis importante dado su orientación en política educativa a nivel mundial. El principal argumento del trabajo se respalda por varias investigaciones empíricas que desafían la creencia tradicional de que un mayor gasto por alumno automáticamente se traduce en mejores resultados académicos. A través de la revisión de innumerables estudios por parte de los autores, de la función de producción educativa (que relaciona insumos con resultados), Hanushek y Wößmann concluyeron que existe una "ineficiencia sistémica" en el uso de los recursos educativos. Se observó que factores como la reducción del tamaño de las clases o el aumento de los salarios de los docentes a menudo tienen una correlación débil o nula con las puntuaciones de los exámenes de los estudiantes. Esto sugiere que los sistemas escolares están priorizando insumos (más dinero) en lugar de resultados; en este sentido es un trabajo importante dado que justifica la utilización del modelo BCC usado en este trabajo, dado que un nivel de inversión más alto en recursos educativos no significa un aumento de la misma proporción en resultados.

El núcleo de su propuesta es que la mejora de la calidad educativa no es una cuestión de cantidad de recursos, sino de efectividad. Hanushek enfatiza la necesidad de concentrar la inversión en variables de calidad como la competencia de los docentes, sistemas de rendición de

cuentas claros, e incentivos bien diseñados. En resumen, su trabajo transformó el debate global: la pregunta clave no es cuánto gastar, sino cómo gastar de manera eficiente para maximizar el aprendizaje de los estudiantes.

Ayala Castro, M. V. (2010), en "Financiamiento de la Educación Superior en Colombia: Reflexiones para un próximo futuro", aborda el desafío de asegurar un financiamiento sostenible y de calidad para la educación superior (ES) en Colombia. La autora subraya que la eficiencia es indispensable para el desarrollo económico y social del país, criticando que históricamente, no ha recibido la atención ni el financiamiento adecuado, lo que ha deteriorado las instituciones públicas frente al crecimiento privado. El objetivo de su estudio es entender los desafíos y delinear estrategias financieras para el siglo XXI. El estudio contextualiza que, aunque la matrícula creció un 55% entre 2000 y 2008, y más del 50% de los estudiantes están en el sector público, el gasto en educación es bajo (cerca al 2.29% del PIB en 2009) y la distribución de recursos entre universidades públicas es desigual, además las universidades dependen fuertemente del gobierno central, a pesar de los esfuerzos por generar ingresos propios. La autora concluye que la inversión en educación no es un gasto, sino una apuesta a largo plazo; por lo que se requiere que el financiamiento sea divulgado entre el Estado, familias, estudiantes y el sector privado, y que las instituciones se enfoquen en la mejora de la gestión, la calidad, la ampliación de la cobertura y la colaboración con el sector productivo. Además, enfatiza la necesidad de reformas financieras y el uso de créditos educativos blandos (como ICETEX) para promover el acceso. Este trabajo es relevante porque establece un diagnóstico financiero histórico del sistema educativo colombiano, dando cifras importantes sobre la distribución del gasto y la matrícula, y plantea un marco de acción para el financiamiento compartido y sostenible, lo que permite tener una idea de la situación del país.

Salazar (2014), en "La eficiencia del gasto público educativo en Latinoamérica y lecciones para Colombia", evaluó la eficiencia del gasto en educación primaria y secundaria en 15 países latinoamericanos entre 2000 y 2009. El objetivo de este trabajo fue determinar cómo podría Colombia mejorar su eficiencia mirando las prácticas regionales. El estudio justifica la intervención pública en educación por su impacto en el ingreso, el crecimiento económico y la reducción de la pobreza, enfatizando que lo crucial es gastar de manera eficiente, no solo gastar más. Utilizando los modelos DEA y FDH (Free Disposal Hull), el autor comparó el Gasto público por estudiante, además del Porcentaje de profesores por estudiante (inputs) con variables como la tasa de alfabetización, matrícula neta, tasa de finalización primaria y resultados PISA (outputs). Los resultados mostraron que, en promedio, los países ineficientes podrían mejorar sus indicadores primarios hasta un 4% con el mismo gasto, con países como Venezuela y El Salvador mostrando las mayores ineficiencias. Colombia no aparece como un país eficiente en ninguno de los niveles, indicando que, a pesar de gastar de forma similar a sus pares, obtiene resultados inferiores. El estudio concluye con recomendaciones específicas para Colombia, como universalizar la educación secundaria y evitar la deserción, instando a la región a ser más eficiente para subsanar inequidades. Dado el análisis final del trabajo y sus observaciones es un trabajo relevante por sus aportes en los análisis de eficiencia y comprensión del nivel de eficiencia en Colombia y diversos países de Latinoamérica.

Los autores Melo Becerra, Ramos Forero, y Hernández Santamaría (2016), en el estudio "La educación superior en Colombia: situación actual y análisis de eficiencia" utilizan las metodologías Frontera Estocástica y DEA para estimar la eficiencia de los programas académicos, buscando abordar la heterogeneidad en la calidad. En los resultados se concluye que las condiciones socioeconómicas de los estudiantes influyen de manera importante en el logro

académico, limitando la eficiencia de las instituciones. Se encontró una relación positiva entre el rendimiento y variables como la infraestructura y la alta formación docente (maestrías/doctorados). El estudio sugiere que las políticas deben considerar los factores de entorno de los estudiantes al diseñar estrategias para mejorar la calidad y reducir la brecha de eficiencia entre programas. Este estudio es significativo para el estudio debido a la comprensión que da acerca de los factores socioeconómicos y la heterogeneidad en la educación.

El trabajo “Efficiency of expenditure on education and learning by Brazilian states: A study with Data Envelopment Analysis” de L Flach, LK Mattos, AR Will y LF Roschel (2017), sobre la eficiencia del gasto público en educación en Brasil utiliza el modelo Análisis Envolvente de Datos (DEA), para evaluar la utilización de los recursos en los estados brasileños entre 2001 y 2011, con el objetivo de determinar si la inversión se traduce en resultados académicos satisfactorios. Los resultados indican que estados como Minas Gerais y Rio Grande do Sul alcanzaron consistentemente altos niveles de eficiencia al lograr buenos resultados con gastos adecuados, mientras que otros como Amazonas y Río de Janeiro fueron menos eficientes. El estudio concluye que, aunque el gasto es necesario, no es suficiente; el mero incremento, como el visto en Pernambuco, no garantiza la mejora en la eficiencia, por lo que es vital optimizar la gestión de los recursos públicos para que estos impacten positivamente en el capital humano; este estudio termina siendo relevante por su interesante análisis e interpretación de los resultados, explicando que en ocasiones la eficiencia no solo es debido a buenos resultados, sino que también, a un bajo gasto en determinadas regiones, en este caso, Brasil.

Paz Paredes Mamani, Apaza Mamani y Arpi Mayta (2019), en su estudio sobre la eficiencia del gasto público en educación en el Perú, utilizaron el Análisis Envolvente de Datos (DEA) para evaluar cómo se emplearon los recursos entre 2009 y 2016 en este país. El objetivo

fue medir la eficiencia, ante la preocupación de que el aumento del gasto no se traduciera en una mejora proporcional de la calidad educativa. La investigación identificó a departamentos como Ica y Piura como los más eficientes en los resultados; concluyeron que la eficiencia no solo se relaciona con la cantidad de inversión, sino también con factores estructurales y contextuales, destacando positivamente la calidad de la infraestructura escolar, los años promedio de educación de la población y, con mayor poder predictivo, el canon minero (que son los recursos que se entregan a las regiones que son principalmente explotadas por la minería). El estudio enfatiza que la mera asignación de fondos no es suficiente, sino que es imperativo enfocarse en la gestión de los recursos y en mejorar el rendimiento en comprensión lectora y matemática mediante políticas equitativas y de calidad de infraestructura. Este trabajo es importante ya que, establece una base metodológica robusta (DEA) para medir la eficiencia del gasto educativo, y provee hallazgos empíricos clave sobre los determinantes estructurales (como el canon minero y la infraestructura) que deben ser considerados para formular políticas más efectivas.

Galvis-Aponte, L. A. (2019), en "La eficiencia del gasto público en educación en Colombia", analizan qué tan eficientemente las regiones colombianas usaron los fondos del Sistema General de Participaciones (SGP) destinados a educación en 2012, con el objetivo de reducir la desigualdad a través de la inversión educativa. La metodología empleada en el trabajo fue el Análisis Envolvente de Datos (DEA), un método no paramétrico que mide la eficiencia comparando los inputs (recursos) con los outputs (cobertura y calidad). Los resultados revelaron una gran ineficiencia general; en promedio, los municipios podrían lograr la misma cobertura educativa utilizando solo el 63% de sus recursos actuales. La eficiencia en calidad educativa fue aún más baja, con un índice promedio del 48%. El estudio también identificó una marcada polarización en el país, los municipios más prósperos y urbanizados (como las capitales y las

regiones andinas) mostraron mayor eficiencia, mientras que las áreas menos desarrolladas (Pacífico, Amazonía) fueron las más deficientes, sugiriendo que la lejanía de las capitales afecta negativamente la calidad. El estudio concluye que es crucial mejorar el control de los recursos y sugiere que la eficiencia se maximiza en municipios certificados, poblados y cercanos a las capitales. Para mejorar la calidad, se recomienda un modelo de planificación territorial más descentralizado e implementar estrategias como las jornadas escolares completas y el incentivo al desempeño docente. Este estudio es especialmente significativo para este trabajo ya que, cuantifica el alto grado de ineficiencia del gasto público educativo en Colombia, y establece un vínculo empírico crucial entre la eficiencia y factores geográficos/demográficos como la urbanización y la proximidad a capitales.

Ramírez, Barrachina, & Ripoll (2020) presentaron "Eficiencia en la educación superior. Estudio empírico en universidades públicas de Colombia y España" con el objetivo de comparar la eficiencia del gasto público en universidades de un país desarrollado y uno en vía de desarrollo; para ello, utilizaron un enfoque metodológico avanzado combinando los modelos Análisis Envolvente de Datos (DEA) y Análisis de Relación Canónico (ACC), evaluando los años 2015 y 2016 para ambos países. Los autores destacaron que su principal aporte no son los resultados numéricos en sí, sino la forma innovadora de tratar y ponderar las variables para construir una función de producción universitaria. Las variables input más influyentes resultaron ser el número de profesores de tiempo completo, el número de espacios y la inversión en educación. Por otro lado, los outputs más relevantes fueron los egresados y el número de publicaciones. El estudio concluye que la medición de la eficiencia es altamente variable y depende de las variables seleccionadas. Específicamente para Colombia, se observa una profunda desigualdad entre los recursos asignados y los productos obtenidos, lo que evidencia

una gran brecha de eficiencia entre universidades. Este trabajo es crucial porque establece un sólido marco metodológico al combinar DEA y ACC para el análisis comparativo de la eficiencia universitaria, y evidencia que las variables de input y output más relevantes para la producción académica son universales en diferentes contextos económicos.

La investigación de Tamayo, Paocarina y Serrano (2020.), “Estudio sobre la eficiencia del gasto público en educación y salud en América Latina para los años de 2000-2017”, utiliza el Análisis Envolvente de Datos (DEA) para comparar el rendimiento de 16 países, enfocándose en la necesidad de gastar mejor en vez de gastar más debido a los presupuestos ajustados. El objetivo es medir la eficiencia, contrastando el nivel de gasto (insumos) con indicadores sociales como la matrícula escolar y la esperanza de vida (outputs). Los resultados destacan a República Dominicana, Chile, Argentina y Uruguay como los más eficientes en educación, y a Chile, Panamá, Argentina, México y Perú en salud. El estudio concluye que el incremento del gasto social no garantiza resultados proporcionales, y subraya la importancia de priorizar programas de alta eficiencia, fortalecer la capacidad institucional y usar sistemas robustos de monitoreo para evitar el despilfarro de recursos públicos. Sus conclusiones son que la eficiencia, demostrada por países como Perú en salud con menor gasto, es crucial para mejorar el capital humano y el bienestar regional. La relevancia de este estudio recae en que demuestra empíricamente mediante el modelo DEA la desconexión entre el aumento del gasto social y la mejora proporcional de los indicadores en América Latina, validando que el enfoque de la política pública debe ser la eficiencia en la gestión y el monitoreo continuo del gasto correctamente implementado.

Manjarrés Márquez y Salazar Ramos (2021), en su trabajo “El gasto público en los pilares de educación (cobertura, calidad, pertinencia y eficiencia): una revisión bibliográfica”, analizan el gasto público en los cuatro pilares de la educación (cobertura, calidad, pertinencia y

eficiencia), enfatizando la necesidad de una gestión eficiente de los recursos en Colombia. El estudio revisa literatura nacional e internacional, que consistentemente halla, que el aumento del gasto no garantiza mejoras significativas en calidad o cobertura; la revisión identifica factores socioeconómicos, pedagógicos y técnicos como las principales causas de ineficiencia y desigualdad. La conclusión es que el sistema educativo colombiano presenta profundas desigualdades, con un acceso a la educación superior que se mantiene como un privilegio por zonas. Se recomienda modernizar el sistema, priorizar la inversión eficiente y fomentar la investigación. Este trabajo se tiene en cuenta porque tiene en cuenta la literatura previa (nacional e internacional) sobre el impacto multifactorial del gasto público en los cuatro pilares educativos, proporcionando un marco conceptual completo y un punto de partida para identificar las brechas persistentes entre inversión y resultados educativos.

5. Metodología,

El Análisis Envolvente de Datos (DEA), es una de las metodologías más utilizadas para el análisis de eficiencia del gasto público; en múltiples estudios es utilizada, como se evidenció en el estado del arte. De hecho, esta metodología es especialmente acorde para este trabajo, dado que, como dice J León Mendoza (2014), es importante ver que el modelo en el que se puede basar la investigación es el fundamento microeconómico del productor o de la eficiencia del productor y para este se pueden hacer uso de dos tipos de técnicas, las paramétricas² y las no paramétricas³, teniendo en cuenta que el sector público, especialmente en educación, se evalúa mejor por su eficiencia relativa (maximizar resultados con insumos dados), los métodos no paramétricos permiten medir esta eficiencia sin incorporar los precios de los factores productivos, los cuales suelen ser difíciles de obtener o están distorsionados en el gasto público.

Según Verástegui (2018), el modelo que Rhodes ideó en 1978 funciona comparando la

suma de las entradas (ajustadas por su importancia o peso) con la suma de las salidas (igualmente ajustadas) para cada Unidad de Toma de Decisión (DMU⁴). Para determinar el valor de estos pesos o ponderaciones donde el modelo emplea técnicas de optimización lineal. Sin embargo, uno de los desafíos de este modelo radica en la confiabilidad de las variables y el potencial sesgo en los resultados. Como sugieren los estudios de J. León Mendoza (2014) y L. Flach et al. (2017), este enfoque puede llevar a la conclusión de que zonas con escasos recursos son catalogadas como eficientes debido a la eficiencia relativa.

Esto ocurre porque logran resultados "similares" en ciertos ámbitos curriculares a pesar de un menor gasto, en comparación con áreas de alto presupuesto. La paradoja es que esta eficiencia relativa no se traduce necesariamente en una mejora real y verificable del capital humano; por lo anterior, se vuelve indispensable realizar un análisis riguroso y contextualizado de los datos. Es crucial considerar el entorno y las particularidades de los departamentos analizados para evitar interpretaciones que equiparen el bajo gasto con la eficiencia genuina en términos relativos. Por último, el DEA permite una evaluación más completa y precisa de la eficiencia al considerar simultáneamente múltiples inputs y outputs. Esto es crucial para el análisis de la eficiencia del gasto público en el sector educativo, ya que permite identificar cómo se están utilizando los recursos y si estos están siendo empleados de manera eficiente para alcanzar los objetivos educativos deseados. Además, el DEA puede ayudar a identificar áreas de mejora y a formular recomendaciones para una asignación más eficiente de los recursos. (Ramírez, Barrachina, & Ripoll, 2020).

² El análisis paramétrico requiere datos de intervalo o razón, distribución normal y homocedasticidad, generalmente con muestras grandes. Ofrece mayor eficiencia y exactitud.

³ El análisis no paramétrico es para datos ordinales o nominales, con distribución arbitraria y muestras pequeñas, empleándose cuando los parámetros estrictos no se cumplen.

⁴ DMU (Decision Making Unit) Son las entidades que se están evaluando, en este caso son los departamentos de Colombia,

Por último, el DEA permite una evaluación más completa y precisa de la eficiencia al considerar simultáneamente múltiples inputs y outputs. Esto es crucial para el análisis de la eficiencia del gasto público en el sector educativo, ya que permite identificar cómo se están utilizando los recursos y si estos están siendo empleados de manera eficiente para alcanzar los objetivos educativos deseados. Además, el DEA puede ayudar a identificar áreas de mejora y a formular recomendaciones para una asignación más eficiente de los recursos. (Ramírez, Barrachina, & Ripoll, 2020).

A continuación, se mencionan las variables que se utilizaron en la investigación y sus fuentes.

Variables (Inputs y outputs)

Tabla 1

Categoría	Indicador	Fuentes de las variables:
Inputs	Gasto público por estudiante en educación media (dato tomado del SGP)	Departamento Nacional de Planeación de Colombia (DNP), en su apartado sicodis, más específicamente en: Presupuesto Sistema General de Participaciones, documentos y anexos.
	Número de docentes por Estudiante	Departamento Administrativo Nacional de Estadística (DANE) específicamente en el apartado de educación formal desagregada por nivel educativo y departamentos.
	Número de Colegios Oficiales	Departamento Administrativo Nacional de Estadística (DANE) específicamente en el apartado de educación formal desagregada por nivel educativo y departamentos..
	Número de Colegios con tecnologías TIC (Conectividad)	Departamento Administrativo Nacional de Estadística (DANE) específicamente en el apartado de educación formal desagregada por nivel educativo y departamentos.

	Competencias digitales (Acceso digital)	Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC), en sus informes de “índices de brecha digital”
Outputs	Desempeño en pruebas ICFES	Fundación empresarial por la Educación, en su apartado cifras y datos del sector.
	Tasa de transición a educación superior. (Continuidad)	SIMAT y SNIES, en su tablero de power BI, permanencia y tránsito en la educación básica y media, y tránsito a educación superior.
	Tasa de cobertura	Datos del Ministerio de Educación, en el espacio de Datos abiertos.

Fuente: Elaboración propia

Nota: Esta tabla muestra las variables inputs y outputs a utilizar dentro del modelo econométrico de este trabajo.

La selección de variables se fundamentó en estudios previos, como el de Ramírez, Barrachina, & Ripoll (2020), que sugieren como indicadores clave las pruebas estandarizadas (en este caso, el ICFES en Colombia), los datos de docente-estudiante y el número de instituciones educativas.

A pesar de su relevancia, un dato crucial y limitante es el gasto público por estudiante en educación media por departamento. Este indicador no se encuentra especificado para Colombia, y la dificultad para acceder a sus bases de datos obliga a utilizar una cifra cercana para el análisis (el gasto público en educación suministrado por el Sistema General de Participaciones), que no quita la validez debido a las características del modelo.

Es importante señalar que la ausencia de este dato específico genera inconformidad, ya que restringe la posibilidad de realizar un análisis detallado por sector educativo y limita la veeduría propuesta por autores como Galvis-Aponte, L. A. (2019). Por ello, se remarca la

necesidad de que en el futuro se hagan públicos datos tan específicos como éste en aras de la transparencia del gasto público y poder hacer control ciudadano de manera correcta, promoviendo así el correcto uso de los recursos públicos de bienes meritorios como la educación.

Adicionalmente, se incorporaron variables relacionadas con la tecnología que resultan pertinentes para este trabajo en el contexto de post-pandemia, éstas incluyen el número de colegios con TIC y las competencias digitales, cuyos datos fueron obtenidos del el DANE y el Ministerio TIC respectivamente. La inclusión de estos indicadores innovadores permite enriquecer el análisis en el sector tecnológico, como se propone para este trabajo.

MODELO BASE CCR (Charnes, Cooper y Rhodes)

El trabajo de Abraham Charnes, William W. Cooper y Edward Rhodes, 1978, destacando por el desarrollo del modelo original de Análisis Envolvente de Datos (DEA). Esta metodología no paramétrica, conocida como el modelo CCR, fue diseñada para evaluar la eficiencia relativa de un conjunto de entidades homogéneas, denominadas Unidades de Toma de Decisiones (DMUs), tales como hospitales, colegios o entidades bancarias. El desafío central que aborda el DEA es cómo medir la eficiencia cuando las DMUs utilizan múltiples inputs (recursos) para producir múltiples outputs (resultados) de manera simultánea.

El modelo CCR se formula como un problema de Programación Lineal para cada DMU bajo el supuesto de Rendimientos Constantes a Escala (CRS), en donde se asume que el cambio en los outputs es directamente proporcional al cambio en los inputs. El método opera construyendo una frontera de eficiencia, o "envolvente," a partir de la combinación lineal de las DMUs con mejor rendimiento. Esta frontera representa la mejor práctica observada o el

desempeño técnicamente más eficiente. La eficiencia de una DMU se calcula entonces como la distancia desde su punto de operación hasta esta frontera: las DMUs que se encuentran sobre la frontera son consideradas completamente eficientes (con una puntuación de 1 o 100%), mientras que las que se encuentran debajo son ineficientes en relación con sus pares comparados.

El resultado clave del modelo es la determinación de un índice de eficiencia y la identificación de las DMUs de referencia para las unidades ineficientes, permitiendo a los gestores determinar objetivos de mejora concretos al mostrar la magnitud en la que los inputs deberían reducirse o los outputs aumentarse. El trabajo de Charnes, Cooper y Rhodes fue pionero, proporcionando una herramienta importante para el análisis de la eficiencia en sectores sin fines de lucro o no mercantiles, donde la fijación de precios no es viable, consolidando el DEA como una técnica indispensable en la ciencia de la gestión y la evaluación de políticas públicas.

MODELO DEA BCC (Banker, Charnes, Cooper)

El trabajo de Banker, Charnes y Cooper, 1984, es una extensión del Análisis Envolvente de Datos (DEA). Su contribución más importante fue el desarrollo del modelo BCC, el cual modifica el modelo CCR original para incorporar el supuesto de Rendimientos Variables a Escala (VRS). Mientras que el modelo CCR asume que si una unidad duplica sus inputs debe duplicar sus outputs (CRS), el modelo BCC relaja esta restricción, reconociendo que muchas organizaciones operan a una escala no óptima.

El modelo BCC se enfoca en la eficiencia técnica pura. Se presenta en su forma de envolvente con la orientación al input (los datos de entrada, es la versión más común), el objetivo es encontrar la máxima reducción proporcional (θ) en los insumos que las DMUs (departamentos) bajo evaluación podría lograr y aun así mantener su nivel de producto actual.

La fórmula (4), explica que la suma de los pesos de referencia debe ser igual a 1. Esto acota la comparación de DMUs de escalar similar, además, cuenta con una restricción $\lambda_j \geq 0$ para todo j , lo cual impone una condición de convexidad al conjunto de producción. Por esta razón se puede tomar al modelo como una función única a resolver en dos partes, que se puede escribir de la siguiente manera:

$$\min_{\theta, \lambda, x_j^-, x_r^+} \theta - \varepsilon \left(\sum_{i=1}^m s_i^- + \sum_{r=1}^s s_r^+ \right) \quad \text{Fórmula (1)}$$

La fórmula (1) es la función objetivo donde se busca minimizar el valor de θ , donde θ es la eficiencia técnica, lo que significa, cuanto es lo mínimo que se puede usar de inputs manteniendo el nivel actual de outputs.

S.A.

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} \lambda_j + s_i^- = \theta x_{i0} \quad \text{donde } i = 1, 2, \dots, m \quad \text{Fórmula (2)}$$

La fórmula (2) es la restricción que asegura que la cantidad de cada input utilizado por la DMU bajo evaluación multiplicado por el factor θ pueda ser igualado o superado por una combinación convexa de los inputs de las DMU de referencia.

$$\sum_{j=1}^n y_{rj} \lambda_j + s_r^+ = y_{r0} \quad \text{donde } r = 1, 2, \dots, s \quad \text{Fórmula (3)}$$

La fórmula (3) es la restricción que garantiza que el nivel de output de cada DMU bajo evaluación (y_{r0}) sea alcanzado o superado por la DMU de referencia

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j = 1 \quad \text{Fórmula (4)}$$

La fórmula (4) es la que marca la diferencia entre CCR Y BCC dado que explica una frontera de posibilidades ajustada, excluyendo los efectos a escala, significando que hay rendimientos variables.

$$\theta, \lambda_j, s_i^-, s_r^+ \geq 0 \quad \forall i, j, r \quad \text{Fórmula (5)}$$

La fórmula (5) establece que las variables y los resultados de eficiencia relativa no pueden ser negativas

Donde

x_{ij} : insumo i . Cantidad del i – ésimo insumo utilizado por la DMU_j

y_{rj} : producto r . Cantidad del r – ésimo producto generado por la DMU_j

θ : Puntaje de eficiencia del input ($0 < \theta \leq 1$)

λ_j : Pesos de las $DMUs$ de referencia

m : Número de inputs

n : Número total de $DMUs$

s : Número de outputs

Los resultados a obtener se interpretan de la siguiente manera:

$\theta = 1$, donde, DMU_0 es técnicamente Puramente eficiente.

$\theta < 1$, donde, DMU_0 es técnicamente Puramente ineficiente. El porcentaje de ineficiente es $= (1 - \theta^*)$

6. Resultados del modelo

Los resultados presentados a continuación en las siguientes tablas reflejan la eficiencia relativa de los 33 departamentos de Colombia en el uso de recursos de Educación Media, medida a través del modelo DEA BCC explicado anteriormente. Un puntaje de 1.0 indica que el

departamento opera en la frontera de eficiencia relativa, sirviendo como referente óptimo para el sistema. Por el contrario, los puntajes menores a 1.0 señalan la existencia de ineficiencia o falencias y representan la proporción en la que el departamento podría reducir sus inputs (recursos) o incrementar sus outputs (resultados) sin comprometer el nivel actual de su par más eficiente.

Tabla 2

Resultados para 2020.

<i>No</i>	<i>DMU</i>	<i>Scores</i>
1	AMAZONAS	0,944938377
2	ANTIOQUIA	0,829022167
3	ARAUCA	0,886308731
4	SAN ANDRES	1
5	ATLANTICO	0,92836358
6	Bogotá, D.C.	1
7	BOLIVAR	0,913498944
8	BOYACA	1
9	CALDAS	1
10	CAQUETA	0,712394786
11	CASANARE	0,886383352
12	CAUCA	0,797073792
13	CESAR	0,783613446
14	CHOCO	0,66748899
15	CORDOBA	0,972358689
16	CUNDINAMARCA	0,884479187
17	GUAINIA	0,388638658
18	GUAVIARE	0,984325769
19	HUILA	0,862388729
20	LA GUAJIRA	0,647040993
21	MAGDALENA	1
22	META	0,893030805
23	NARIÑO	0,807733743
24	NORTE DE SANTANDER	0,730873566
25	PUTUMAYO	0,951909642
26	QUINDIO	1
27	RISARALDA	0,923370031
28	SANTANDER	0,884788885
29	SUCRE	0,925559641
30	TOLIMA	0,943212731
31	VALLE DEL CAUCA	0,76023942
32	VAUPES	0,556738192
33	VICHADA	0,337229774

Fuente: Elaboración propia, con datos obtenidos a partir del modelo DEA

El primer análisis para el año de 2020 que se desprende de los resultados es la existencia de una frontera de eficiencia diversificada. Seis departamentos, Boyacá, Quindío, Caldas, Bogotá, D.C., San Andrés y Magdalena; han alcanzado la puntuación máxima de 1.00 (100% de eficiencia relativa). Esto no solo las califica como plenamente eficientes, sino que, en el contexto de la programación lineal de DEA, estas DMU actúan como los vectores de referencia que definen la mejor combinación posible de insumos y productos dentro del conjunto total. La eficiencia de una DMU es una medida de su distancia respecto al "mejor desempeño" que estas entidades están logrando.

La identificación de múltiples DMU eficientes a lo largo de diversas categorías geográficas y administrativas (una capital principal como Bogotá, departamentos del Eje Cafetero como Quindío y Caldas, la región Andina con Boyacá, y regiones costeras/insulares como Magdalena y San Andrés) sugiere que la eficiencia no está monopolizada por una única estructura o condición socioeconómica. Esto es fundamental, ya que indica que las mejores prácticas a replicar deben adaptarse al contexto regional. Por ejemplo, la receta de eficiencia de Bogotá, con su alta concentración de *inputs* y *outputs* en un entorno urbano, será sustancialmente diferente a la de San Andrés o Boyacá, que probablemente dependen de distintos factores productivos y que en el caso de San Andrés se debe a un bajo nivel de inputs y un nivel de outputs muy semejantes debido a la menor cantidad de población.

En contraste, con la frontera eficiente, se sitúa el grupo de los departamentos como ineficientes. El caso más interesante es el de Vichada, con un índice de 0.33723, es decir, que con un 33% de los recursos actuales podrían obtener los mismos resultados. Este valor implica una ineficiencia técnica del 66,28%. En términos sencillos, y teniendo en cuenta un modelo orientado

a insumos (buscando reducir costos manteniendo *output*), Vichada podría reducir sus *inputs* en casi dos tercios y aun así mantener su nivel actual de resultados, si tan solo logra replicar las proporciones productivas de sus referentes eficientes técnicamente. Le siguen muy de cerca Guainía con 39% (0.38864) y Vaupés 56% (0.55674), consolidando de manera significativa un patrón de ineficiencia concentrado en la región de la Amazonía y Orinoquía, zonas históricamente caracterizadas por desafíos logísticos, dispersión poblacional y acceso limitado a infraestructura.

La gran cantidad de las entidades se agrupan en un rango de eficiencia media, entre 70% (0.70) y 90% (0.90). Este grupo es quizás el de mayor interés para la toma de decisiones, ya que presenta un margen de mejora significativo, pero alcanzable. Departamentos como Nariño, Antioquia, Huila, Cundinamarca y Risaralda, que son motores económicos y poblacionales, operan con un déficit de eficiencia que oscila entre el 10% y el 30%. Si estas economías pudieran cerrar dicha brecha, el impacto agregado en el rendimiento nacional sería inmenso, sus principales oportunidades de mejora reduciendo *inputs* son: el gasto público en educación y el número de colegios oficiales, dado que en algunos casos como en el departamento del Chocó para 2020 podrían reducir el gasto público en educación media en al menos 40 millones y obtener el mismo resultado.

Tabla 3
Resultados para 2021

<i>No</i>	<i>DMU</i>	<i>Scores</i>
1	AMAZONAS	0,966227
2	ANTIOQUIA	0,897538
3	ARAUCA	0,858863
4	SAN ANDRES	1
5	ATLANTICO	1
6	Bogotá, D.C.	1
7	BOLIVAR	0,99134
8	BOYACA	1
9	CALDAS	1
10	CAQUETA	0,697154
11	CASANARE	0,941966
12	CAUCA	0,838565

13	CESAR	0,809216
14	CHOCO	0,723369
15	CORDOBA	1
16	CUNDINAMARCA	0,873265
17	GUAINIA	0,905115
18	GUAVIARE	1
19	HUILA	0,881395
20	LA GUAJIRA	0,655542
21	MAGDALENA	0,899767
22	META	0,912299
23	NARINO	0,84251
24	NORTE DE SANTANDER	0,806973
25	PUTUMAYO	0,92085
26	QUINDIO	1
27	RISARALDA	0,943215
28	SANTANDER	0,88978
29	SUCRE	0,979911
30	TOLIMA	0,961263
31	VALLE DEL CAUCA	0,845906
32	VAUPES	1
33	VICHADA	0,502871

Fuente: Elaboración propia, con datos obtenidos a partir del modelo DEA

Una primera e importante observación es la identificación de los departamentos que alcanzan el índice máximo de 1 para este año. Estos departamentos son San Andrés, Atlántico, Bogotá, D.C., Boyacá, Córdoba, Guaviare, Putumayo y Quindío.

Por otro lado, el análisis revela un grupo de departamentos cuyo desempeño es consistentemente bajo, ubicándose en el extremo inferior de la escala de eficiencia. En esta categoría, sobresalen negativamente Vichada con un índice de 0.502870683, lo que significa que es un 50% de eficiencia relativa en el uso de sus recursos y podría reducirlos en un 50%, así mismo, Guajira con 0.655541868, lo que significa que es un 65% eficiencia relativa en el uso de sus recursos y podría reducirlos en un 35% para obtener los mismos resultados. El caso de Vichada es particularmente llamativo, ya que su índice sugiere que, teóricamente, podría reducir sus *inputs* en casi la mitad significando un 49.7% ($1 - 0.502870683 = 0.497$) manteniendo su nivel actual de *outputs*, o bien, aumentar sus *outputs* en una proporción considerable, utilizando sus *inputs* de manera tan eficiente como los referentes; estos valores bajos, especialmente en departamentos con características geográficas o socioeconómicas particulares (como la

dispersión poblacional o los desafíos de orden público y desarrollo), pueden ser un indicativo de ineficiencias operativas constantes para estos años, también de limitaciones estructurales o desafíos en la asignación de recursos.

Adicionalmente se encuentra una vez más que la inmensa mayoría se encuentra en un rango aceptable de eficiencia, lo que demuestra que durante estos dos años los índices de eficiencia según el modelo se mantuvieron considerablemente constantes, a excepción de unas pequeñas variaciones en el nivel de eficiencia de los departamentos.

Tabla 4

Resultados para el 2022

<i>No</i>	<i>DMU</i>	<i>Scores</i>
1	AMAZONAS	0,568732
2	ANTIOQUIA	0,935125
3	ARAUCA	0,798166
4	SAN ANDRES	1
5	ATLANTICO	0,938774
6	Bogotá, D.C.	1
7	BOLIVAR	0,917394
8	BOYACA	1
9	CALDAS	0,943887
10	CAQUETA	0,648163
11	CASANARE	0,856336
12	CAUCA	0,789474
13	CESAR	0,721973
14	CHOCO	0,639401
15	CORDOBA	0,992326
16	CUNDINAMARCA	0,937992
17	GUAINIA	0,259433
18	GUAVIARE	0,901427
19	HUILA	0,836354
20	LA GUAJIRA	0,588056
21	MAGDALENA	0,795251
22	META	0,843432
23	NARINO	0,778069
24	NORTE DE SANTANDER	0,789777
25	PUTUMAYO	0,84509
26	QUINDIO	1
27	RISARALDA	0,921756
28	SANTANDER	0,890081
29	SUCRE	0,890979
30	TOLIMA	0,918641
31	VALLE DEL CAUCA	0,806568
32	VAUPES	0,404131
33	VICHADA	0,367813

Fuente: Elaboración propia, con datos obtenidos a partir del modelo DEA

Para un año en el que se empezó a regresar a la presencialidad en estudios después de la

pandemia, los resultados son muy interesantes debido a la “normalización” del estudio, el conjunto de departamentos que operan en la frontera de producción eficiente con un resultado máximo 1.00 ha cambiado ligeramente. En esta medición, solo San Andrés, Bogotá, D.C., Boyacá y Quindío mantienen el estatus de referentes debido a que a excepción de San Andrés siempre obtienen unos resultados elevados en el ICFES y en demás outputs todos ocupan la mayor eficiencia, lo cual es congruente, por lo que estos departamentos pueden ser referentes, sirviendo de modelo para el resto del país. La consistencia de estos departamentos en diferentes mediciones subraya una capacidad institucional relativamente eficiente o con mejores desempeños, aun así, Bogotá que se encuentra entre los más eficientes podría reducir el nivel de colegios y de tecnología y seguir siendo eficiente, demostrando que, aunque es eficiente, podría serlo más.

El cambio más dramático y preocupante se observa en el extremo inferior de la distribución. Varios departamentos han registrado caídas de eficiencia que sugieren una ineficiencia operacional severa para este año. Los cuatro departamentos con los índices más bajos son: Guainía con 26% (0.259432848), Vichada con 37% (0.367812794), Vaupés con 40% (0.404130964) y Amazonas 57% (0.568732257) de eficiencia relativa, lo que significa que pueden reducir en gran medida sus inputs y van a obtener los mismos outputs (resultados), los principales factores que generaron esta ineficiencia son el indicador gasto y el indicador colegios con TIC; estos indicadores son los que principalmente se podrían reducir o plantear mejores políticas en su uso.

El caso de Guainía es particularmente alarmante. Con un índice de 0.259 o 26%, se ve que este departamento podría reducir sus *inputs* en más del 74% sin sacrificar *outputs*, o bien, aumentar sus *outputs* en una proporción gigantesca con sus recursos actuales. Este resultado, si

es consistente con la realidad actual, apunta a problemas estructurales en la asignación o ejecución de recursos, la logística o la capacidad de gestión en zonas de alta dificultad geográfica y demográfica, como se ha visto históricamente. Vichada y Vaupés, también en el rango del 0.30 a 0.40, refuerzan la idea de que con características de departamentos selváticos o de frontera, con alta dispersión poblacional y débil infraestructura institucional, enfrentan los mayores desafíos para lograr un uso eficiente de los recursos públicos. La eficiencia de estos departamentos está comprometida en más de la mitad.

Tabla 5
Resultados para el 2023

<i>No</i>	<i>DMU</i>	<i>Scores</i>
1	AMAZONAS	0,864579271
2	ANTIOQUIA	0,917247342
3	ARAUCA	0,902065692
4	SAN ANDRES	1
5	ATLANTICO	1
6	Bogotá, D.C.	1
7	BOLIVAR	0,981400616
8	BOYACA	1
9	CALDAS	0,973056768
10	CAQUETIA	0,723423061
11	CASANARE	0,973206417
12	CAUCA	0,858921005
13	CESAR	0,79843775
14	CHOCO	0,727056278
15	CORDOBA	1
16	CUNDINAMARCA	0,969820357
17	GUAINIA	0,37526055
18	GUAVIARE	0,951489528
19	HUILA	0,863874182
20	LA GUAJIRA	0,695614327
21	MAGDALENA	0,873239665
22	META	0,936821233
23	NARINO	0,828479581
24	NORTE DE SANTANDER	0,871823296
25	PUTUMAYO	0,924422045
26	QUINDIO	1
27	RISARALDA	0,964256594
28	SANTANDER	0,928563288
29	SUCRE	1
30	TOLIMA	0,934117592
31	VALLE DEL CAUCA	0,756185666
32	VAUPES	0,515499401
33	VICHADA	0,501041305

Fuente: Elaboración propia, con datos obtenidos a partir del modelo DEA

San Andrés, Atlántico, Boyacá, Córdoba, Quindío y Sucre. Este grupo ha consolidado su

posición como referentes nacionales a seguir, exhibiendo una gestión óptima de sus recursos, incluso Amazonas que, aunque sea un efecto de bajos recursos está obteniendo resultados elevados para lo que debería conseguir con su nivel de recursos.

Por otro lado, una vez más, la ineficiencia más crítica se localiza en los departamentos de frontera y la Amazonía. Vichada (0.501041305) y Vaupés (0.515499401) indicando una ineficiencia teórica de casi el 50%. Esta situación subraya desafíos estructurales profundos, como la dispersión poblacional y la precariedad institucional. La Guajira (0.695614327), Chocó (0.727056278) y Caquetá (0.723423061) también enfrentan ineficiencias significativas, aunque no tan graves, pero sí de tener mucha atención.

Es de vital importancia ver datos como los de Guaviare, que, aunque en la realidad no es un referente educativo por sus altas deficiencias en temas de resultados estandarizados y cobertura, termina por estar alrededor del 90% de eficiencia debido a sus resultados de transición a la educación superior bastante elevados. Lo que permite determinar un sesgo del modelo con el cual hay que tener cuidado en especial con los departamentos con resultados entre el 70% y 90% de eficiencia

Finalmente, la naturaleza relativa del DEA obliga a interpretar la ineficiencia como una oportunidad de aprendizaje. El DEA no mide la eficacia absoluta, sino la eficiencia comparada. Por lo tanto, el indicador de Vichada no significa que sea la peor DMU en términos absolutos, sino que, dadas las combinaciones de insumos y productos que emplea para este trabajo, está utilizando una combinación subóptima en comparación con la mejor observada en el conjunto, o con los referentes eficientes que están teniendo los mejores resultados posibles incluso si es un fenómeno de bajos inputs.

7. Conclusiones

El análisis de la eficiencia relativa departamental en Colombia durante el periodo 2020-2023 revela una dicotomía persistente, una frontera de eficiencia robusta coexiste con un patrón de ineficiencia estructuralmente anclado. En el lado positivo, departamentos como Boyacá, Quindío, San Andrés y Bogotá D.C. mostraron una notable consistencia como referentes, ya sea por su gestión diferencial o debido a su nivel de inputs (San Andrés) demostrando que la eficiencia no depende de una única condición geográfica, sino de la adaptabilidad de sus prácticas de gestión y de los recursos que se posean para ser administrados.

Por otro lado, la ineficiencia extrema permaneció como un problema constante y geográficamente concentrado para estos años, (que incluso para el año de post-pandemia (2022) se agravó, aumentando las ineficiencias, debido a los problemas estructurales que trajo consigo la pandemia) debido a los bajos puntajes de ineficiencia que se observaron en los resultados. Los departamentos de la Amazonía y Orinoquía, específicamente Vichada, Guainía y Vaupés, registraron consistentemente los índices más bajos, con ineficiencias teóricas que superaron el 50% en algunas ocasiones (llegando al alarmante 74% en Guainía en 2022, después de la pandemia). Esta ineficiencia se interpreta como la manifestación de desafíos logísticos profundos, dispersión poblacional y debilidad institucional, requiriendo intervenciones estructurales en donde se tenga en cuenta la correcta gestión.

Adicionalmente los resultados de este trabajo se encuentran alineados con los trabajos previamente revisados en la literatura, como en el caso de Joseph E. Stiglitz que habla de que la redistribución aporta a reducir fallas del mercado, dado que, por ejemplo, en Colombia han aumentado a través de los años el gasto público en educación con el fin de suplir falencias, sin embargo, no se evidencia según los resultados que esto esté generando mayor calidad; como es

su intención, por el contrario, se evidencia que como lo dicen Eric Hanushek y Wößmann (2007) un mayor gasto no necesariamente significa mejores resultados, y además, como lo dice Galvis-Aponte (2019) el gasto en educación es determinante para el modelo, pero el que sea importante significa que se debe hacer uso adecuado de los recursos disponibles para obtener el suficiente buenos resultados.

Por otro lado, los resultados del modelo en el apartado de “slacks” señalan que las variables que aportan más a la ineficiencia técnica de cada departamento son principalmente, el aproximado del gasto público en educación (del SGP), y aunque para el año 2020 no afectan tanto las nuevas variables de tecnología, mientras sí lo hacen para los años posteriores; principalmente en algunos departamentos, principalmente en aquellos departamentos con menor número de colegios con dispositivos TIC, dato que terminó siendo determinante y que se debería considerar más constantemente en este tipo de estudios.

Finalmente, el amplio grupo de departamentos de eficiencia media (entre 0.70 y 0.90), que incluye a importantes motores económicos como Antioquia y Cundinamarca, representa la principal oportunidad de mejora agregada. Cerrar la brecha de ineficiencia del 10% al 30% en estas entidades generaría un impacto nacional significativo. La naturaleza comparativa del DEA nos recuerda que la ineficiencia es una oportunidad de aprendizaje y que no se toman todas las variables que también podrían generar ineficiencia (como la corrupción), obligando a las DMU subóptimas a replicar las combinaciones de insumos y productos de sus referentes más exitosos, lo que no implica que se deba seguir una métrica para ser eficientes. Por todo lo anterior se propone adoptar estrategias de modernización, fortalecer la gestión institucional y promover la colaboración entre diferentes actores para optimizar el uso de recursos y ampliar la cobertura y calidad educativa, enfrentando los desafíos actuales y futuros para reducir la brecha educativa y

aumentar la eficiencia en el gasto público y evitar disparidades que se notaron; más cuando se evidenciaron los resultados post-pandemia, cuando aumentó la ineficiencia en algunos sectores.

8. Referencias

- Alianzapacifico.net.* (2018). *Guía de Colombia.*
Recuperado de
<https://alianzapacifico.net/wp-content/uploads/Gu%C3%ADa-de-Colombia.pdf>
- Becker, G. S. (1964). Human Capital: A Theoretical and Empirical Analysis with Special Reference to Education, First Edition. Columbia University Press.*
- Blog BanRep: Efecto de la pandemia sobre el sistema educativo colombiano | Banco de la República. (2022). Recuperado de*
<https://www.banrep.gov.co/es/blog/efecto-pandemia-sobre-sistema-educativo-colombiano>
- Castro, A. (2010). Financiamiento de la educación superior en Colombia reflexiones para un próximo futuro. Revista de la Educación Superior; 39(155), 89–102.*
- Charnes, A., Cooper, W. W., & Rhodes, E. (1978). Measuring the efficiency of decision making units. European Journal of Operational Research, 2(6), 429–444.*
- El reto que el sector educativo en Colombia debe superar tras la pandemia – Hoy en la Javeriana. (2020). Recuperado de*
<https://www.javeriana.edu.co/repositorio-hoy-en-la-javeriana/el-reto-que-el-sector-educativo-en-colombia-debe-superar-tras-la-pandemia/>
- Flach, L., Mattos, L. K. de, Will, A. R., & Roschel, L. F. (2017). Efficiency of*

expenditure on education and learning by Brazilian states: A study with Data Envelopment Analysis. Contabilidad y Negocios, 12(23), 111–128.

Galvis-Aponte, L. A. (2015). La eficiencia del gasto público en educación en Colombia.

Economía & Región, 9(2), 75–98.

Goldin, C. H. (2016). Handbook of Cliometrics. Springer Verlag.

Huanca, V., & Leo, L. (2018). Innovación y eficiencia: Estudio empírico de las regiones europeas 2000–2010. [Documento no publicado/Informe]. Gob.pe

Hanushek, E. A., & Woessmann, L. (2007). The role of education quality for economic growth. World Bank, Washington, DC.

León Mendoza, J. (2006). La Eficiencia del Gasto Público en Educación. [Informe]. Gob.pe.
https://alicia.concytec.gob.pe/vufind/Record/REVUNMSM_fdfb9a40492e951a667fab9cc56f3326

Lucas, R. E. (1988). On the mechanics of economic development. Journal of Monetary Economics, 22(1), 3–42.

Marquez, J. A. M., & Ramos, R. E. S. (2021). El gasto público en los pilares de educación (cobertura, calidad, pertinencia y eficiencia): una revisión bibliográfica. Conocimiento Global, 6(S1), 76–96.

Melo-Becerra, L. A., Ramos-Forero, J. E., & Hernández-Santamaría, P. O. (2017). La educación superior en Colombia: situación actual y análisis de eficiencia. Desarrollo y Sociedad, 78, 59–111.

Mesías-Tamayo, R. A., Reza-Paocarina, E. B., & Leòn Serrano, L. A. (2020). *Eficiencia del gasto público en educación y salud en América Latina*. Cumbres, 6(2), 35–52.

Ministerio de Educación Nacional. (2016). *Revisión de políticas nacionales de educación. La educación en Colombia*. Recuperado de https://www.mineduacion.gov.co/1759/articles-356787_recurso_1.pdf

Paredes Mamani, R. P., Apaza Mamani, E., & Arpi Mayta, R. (2019). *Eficiencia del gasto público en educación y sus determinantes en el Perú*. *Semestre Económico*, 8(2), 39–66.

Ponce, R. B. M., Ventura, D. C. G., Hernández, A. M., Jiménez, P. M. M., Galindo, B. P., & Carpio, A. R. (2022). *Cuadro comparativo de análisis paramétrico y no paramétrico*. *Educación y Salud Boletín Científico Instituto de Ciencias de la Salud Universidad Autónoma del Estado de Hidalgo*, 10, 90–93.

Ramírez-Gutiérrez, Z., Barrachina-Palanca, M., & Ripoll-Feliu, V. (2020). *Eficiencia en la educación superior: Estudio empírico en universidades públicas de Colombia y España*. *Revista de Administração Pública*, 54(3), 468–500.

Salazar Cuéllar, A. F. (2014). *La eficiencia del gasto público educativo en Latinoamérica y lecciones para Colombia*. *Desarrollo y Sociedad*, 74, 19–67.

Stiglitz, J. E. (2012). *El precio de la desigualdad: El 1% de población tiene lo que el 99% necesita*. Taurus.

UNESCO. (2023). *Tecnología en la educación ¿Una herramienta en los términos de quién?* <https://unesdoc.unesco.org/ark:/48223/pf0000388894.locale=es>

(2018). *Guía de Colombia*. Alianzapacifico.net.
<https://alianzapacifico.net/wp-content/uploads/Gu%C3%ADa-de-Colombia.pdf>

9. Anexos.

Resultados del modelo DEA para el 2020

DMU	efficiencias.DMU	efficiencias.eff	slacks.DMU	slack_input.1	input.2_Estudian	3_Número_de_k_input.4_Colegi	slack_input.5_Competicias
AMAZONAS	AMAZONAS	0,944938377	AMAZONAS	125,6531407	1,294371675	6,155051468	0
ANTIOQUIA	ANTIOQUIA	0,829022167	ANTIOQUIA	0	0	703,0980936	151,6118626
ARAUCA	ARAUCA	0,886308731	ARAUCA	131,879037	0	7,894078252	0,0163455
SAN ANDRES	SAN ANDRES	1	SAN ANDRES	0	0	0	0
ATLANTICO	ATLANTICO	0,92836358	ATLANTICO	0	0	70,09670327	0
Bogotá, D.C.	Bogotá, D.C.	1	Bogotá, D.C.	0	0	4,24675E-09	7,78016E-10
BOLIVAR	BOLIVAR	0,913498944	BOLIVAR	3,384560123	2,712807124	144,5843326	0
BOYACA	BOYACA	1	BOYACA	0	0	0	2,1424E-11
CALDAS	CALDAS	1	CALDAS	3,07095E-09	0	0	1,87456E-11
CAQUETA	CAQUETA	0,712394786	CAQUETA	124,5597828	0	10,96383074	0
CASANARE	CASANARE	0,886383352	CASANARE	2,977464587	0	0	0,458636789
CAUCA	CAUCA	0,797073792	CAUCA	90,29407715	0	130,4366374	19,19265228
CESAR	CESAR	0,783613446	CESAR	0	3,282300995	56,51217864	0
CHOCO	CHOCO	0,66748899	CHOCO	195,0883034	0	74,61627404	0
CORDOBA	CORDOBA	0,972358689	CORDOBA	65,19059837	7,560278728	141,8732146	0
CUNDINAMARCA	CUNDINAMARCA	0,884479187	CUNDINAMARCA	0	0	67,83784734	27,56686028
GUAINIA	GUAINIA	0,388638658	GUAINIA	205,5591623	0,927730284	0,925397303	0
GUAVIARE	GUAVIARE	0,984325769	GUAVIARE	402,0215067	0	3,352207636	0,084429775
HUILA	HUILA	0,862388729	HUILA	36,7163654	0,356027317	8,529143214	0
LA GUAJIRA	LA GUAJIRA	0,647040993	LA GUAJIRA	92,38021741	3,500901075	51,49526591	0
MAGDALENA	MAGDALENA	1	MAGDALENA	0	0	0	0
META	META	0,893030805	META	0	3,484585847	6,356045585	0,009762315
NARIÑO	NARIÑO	0,807733743	NARIÑO	54,89005294	1,866028488	79,87898991	0
NORTE DE SANTA	NORTE DE SANTA	0,730873566	NORTE DE SANTA	3,387245342	0,269641496	5,733317603	0
PUTUMAYO	PUTUMAYO	0,951909642	PUTUMAYO	191,104583	0	33,09339803	0
QUINDIO	QUINDIO	1	QUINDIO	0	0	0	4,27309E-11
RISARALDA	RISARALDA	0,923370031	RISARALDA	0	0	0	4,007563803
SANTANDER	SANTANDER	0,884788885	SANTANDER	5,274102197	0	101,3007127	34,4506232
SUCRE	SUCRE	0,925559641	SUCRE	36,83376827	5,899887289	50,1704285	0
TOLIMA	TOLIMA	0,943212731	TOLIMA	25,87186153	0	65,43111584	12,68427983
VALLE DEL CAUCA	VALLE DEL CAUCA	0,76023942	VALLE DEL CAUCA	0	0	127,3322876	35,7868146
VAUPES	VAUPES	0,556738192	VAUPES	282,4865398	0	3,97376739	0,020019548
VICHADA	VICHADA	0,337229774	VICHADA	115,2985165	2,891073418	1,508958266	0

Resultados para modelo del 2021

DMU	efficiencias.DMU	efficiencias.eff	slacks.DMU	slacks.slack_input.1_Gasto	slacks.slack_input.2_Estudiantes_Xdocente	lack_input.3_Número_de_Colegios_Clack_input.4_Colegios_oput.5_Competen
AMAZONA/AMAZONA	0,96622734	AMAZONAS	226,8735219	8,628502468	4,453920448	0
ANTIOQUI/ANTIOQUIA	0,897538134	ANTIOQUIA	0	3,722770817	782,2252846	277,1682872
ARAUCA ARAUCA	0,858863165	ARAUCA	128,9466488	3,088929633	0	14,37661424
SAN ANDR/SAN ANDRES	1	SAN ANDRES	0	0	0	0
ATLANTIC/ATLANTICO	1	ATLANTICO	0	0	0	0
Bogotá, D. Bogotá, D.C.	1	Bogotá, D.C.	0	0	4,66475E-11	0
BOLIVAR BOLIVAR	0,991339965	BOLIVAR	0	5,414306993	210,1593747	0
BOYACA BOYACA	1	BOYACA	0	0	0	0
CALDAS CALDAS	1	CALDAS	0	0	5,51728E-10	2,40271E-11
CAQUETA CAQUETA	0,697153908	CAQUETA	121,3466309	0	0	10,02065878
CASANARE CASANARE	0,941965948	CASANARE	7,922548589	0,161575398	0	1,338779016
CAUCA CAUCA	0,838565182	CAUCA	95,41125922	0,708232998	146,7834987	16,40508825
CESAR CESAR	0,809215654	CESAR	122,2394098	3,468880281	28,82101825	0
CHOCO CHOCO	0,723369312	CHOCO	194,6605487	0	45,89033109	0
CORDOBA CORDOBA	1	CORDOBA	6,03321E-10	1,05002E-10	3,8184E-09	0
CUNDINAM/CUNDINAMARCA	0,873264981	CUNDINAMARCA	0	1,091157641	67,81536034	29,32703298
GUAINIA GUAINIA	0,905114776	GUAINIA	128,7364107	2,463618804	0	0,029307616
GUAVIARE GUAVIARE	1	GUAVIARE	0	0	0	0
HUILA HUILA	0,881395062	HUILA	32,81464832	1,635179704	0	0
LA GUAJIR/LA GUAJIRA	0,655541868	LA GUAJIRA	103,2464379	4,78948394	0	0
MAGDALEI/MAGDALENA	0,899767314	MAGDALENA	16,42873855	4,758812931	107,2133141	0
META META	0,91229935	META	0	5,907005173	0	6,226036766
NARIÑO NARIÑO	0,84250997	NARIÑO	54,55734818	1,869701391	51,51220388	0
NORTE DE NORTE DE SANTANDER	0,806972533	NORTE DE SANTANDER	11,01278412	2,910991462	0	40,62117292
PUTUMAY PUTUMAYO	0,920849686	PUTUMAYO	191,8600143	1,03893218	0	8,661744961
QUINDIO QUINDIO	1	QUINDIO	0	0	0	0
RISARALD/RISARALDA	0,943214874	RISARALDA	0	0,368928745	0	0,021368472
SANTAND/SANTANDER	0,889779926	SANTANDER	0	0,005477396	85,46203626	24,77207362
SUCRE SUCRE	0,979910617	SUCRE	41,40320508	6,580769679	14,86663266	0
TOLIMA TOLIMA	0,961262672	TOLIMA	25,72948999	0	89,14298075	0
VALLE DEL VALLE DEL CAUCA	0,845905763	VALLE DEL CAUCA	0	2,587378914	157,1051684	14,52014797
VAUPES VAUPES	1	VAUPES	2,7565E-10	0	0	0
VICHADA VICHADA	0,502870683	VICHADA	190,7213016	7,957166774	0	0,747057948

Resultados para el modelo 2022

DMU	ciencias.Dficiencias.e	slacks.DMU	slacks.slack_input.1_Gastp	ack_input.2_Estudiantes_Xput.3_Número_de_Colack_input.4_Colegios_c_input.5_Competencia			
AMAZONA/AMAZONA	0,56873	AMAZONAS	83,21267758	1,648324237	1,737995817	0	0
ANTIOQU/ANTIOQU	0,93512	ANTIOQUIA	0	3,368122863	1023,528776	146,3054414	0
ARAUCA ARAUCA	0,79817	ARAUCA	114,0692304	1,615709037	0	2,402560647	0
SAN ANDF/SAN ANDF	1	SAN ANDRES	0	0	0	0	0
ATLANTIC/ATLANTIC	0,93877	ATLANTICO	0	2,694064759	122,2466856	3,332952639	0
Bogotá, D Bogotá, D	1	Bogotá, D.C.	0	-1,66935E-10	1,23351E-08	7,01587E-10	4,42126E-12
BOLIVAR BOLIVAR	0,91739	BOLIVAR	0	3,757430107	229,0818664	4,587230037	0
BOYACA BOYACA	1	BOYACA	7,12105E-10	0	8,5998E-09	1,86394E-09	0
CALDAS CALDAS	0,94389	CALDAS	63,96710077	0	18,34078465	21,23223838	0
CAQUETA CAQUETA	0,64816	CAQUETA	122,1463764	0	0	0,837750434	0
CASANARE CASANARE	0,85654	CASANARE	0	0	0	2,138395145	0
CAUCA CAUCA	0,78947	CAUCA	93,9583247	0	149,1630626	15,61949068	0
CESAR CESAR	0,72197	CESAR	7,237988556	2,407128819	74,8826629	0	0
CHOCO CHOCO	0,6394	CHOCO	168,1702347	0,074318841	76,30722359	0	0
CORDOBA CORDOBA	0,99233	CORDOBA	35,22500666	7,374288147	263,8768529	0	0
CUNDINAM/CUNDINAM	0,93799	CUNDINAMARCA	0	0	255,0877333	82,46814164	0
GUAINIA GUAINIA	0,25943	GUAINIA	157,1831105	0,211412594	0,538974567	0	0
GUAVIARE GUAVIARE	0,90143	GUAVIARE	449,2176239	0	0	1,147079466	0,111349485
HUILA HUILA	0,83655	HUILA	31,51001712	1,142461376	0	0,596804761	0
LA GUAJIR/LA GUAJIR	0,58806	LA GUAJIRA	91,52853637	2,410951838	27,76784969	0	0
MAGDALE MAGDALE	0,79525	MAGDALENA	21,19637498	2,151392954	144,534455	0	0
META META	0,84343	META	0	2,51717161	12,31778674	13,47674535	0
NARIÑO NARIÑO	0,77807	NARIÑO	64,59750588	0,815968663	77,48074544	0	0
NORTE DE NORTE DE	0,78978	NORTE DE SANTANDER	0	1,144204227	58,4636616	25,77443786	0
PUTUMAY PUTUMAY	0,84509	PUTUMAYO	189,4544864	0	30,45810667	0	0
QUINDIO QUINDIO	1	QUINDIO	0	0	8,14059E-10	2,85942E-10	0
RISARALD/RISARALD	0,92176	RISARALDA	0	0	9,352393346	0	0
SANTAND/SANTAND	0,89008	SANTANDER	0	0	123,3892486	28,33829348	0
SUCRE SUCRE	0,89098	SUCRE	30,10449896	5,272913553	84,09459792	0	0
TOLIMA TOLIMA	0,91864	TOLIMA	27,75787361	0	119,2955873	9,332160347	0
VALLE DEI VALLE DEI	0,80657	VALLE DEL CAUCA	0	0,720782466	299,5844377	60,26294998	0
VAUPES VAUPES	0,40413	VAUPES	189,3377164	0,70226127	3,058045664	0	0
VICHADA VICHADA	0,36781	VICHADA	134,72303	2,729513893	2,507915034	0	0

Resultados 2023

DMU	Departamento	Eficiencia	slacks.DMU	ack_input.it.2_Estudi	Número_diput.4_Colt.5_Compe.		
AMAZONAS	AMAZONAS	0,864579271	AMAZONA	193,774	6,71742	6,86813	0 0
ANTIOQUIA	ANTIOQUIA	0,917247342	ANTIOQUIA	0	4,49414	885,996	183,123 0
ARAUCA	ARAUCA	0,902065692	ARAUCA	126,438	7,09591	0	0,93107 0
ATLANTICO	ATLANTICO	1	ATLANTICO	0	9E-09	2,2E-07	0 0
Bogotá, D.C.	Bogotá, D.C.	1	Bogotá, D.C.	0	0	2,5E-08	5,8E-09 5,2E-12
BOLIVAR	BOLIVAR	0,981400616	BOLIVAR	0	2,42302	106,881	0 0
BOYACA	BOYACA	1	BOYACA	0	0	0	0 0
CALDAS	CALDAS	0,973056768	CALDAS	31,8219	0	154,825	46,4985 0,04659
CAQUETA	CAQUETA	0,723423061	CAQUETA	175,932	0	40,7468	0 0,01714
CASANARE	CASANARE	0,973206417	CASANARE	0	4,37005	0	1,66823 0
CAUCA	CAUCA	0,858921005	CAUCA	133,189	0,55073	149,646	18,8895 0
CESAR	CESAR	0,79843775	CESAR	0	3,43682	20,283	0 0
CHOCO	CHOCO	0,727056278	CHOCO	168,258	2,54727	76,0893	0 0
CORDOBA	CORDOBA	1	CORDOBA	3,6E-11	0	0	0 0
CUNDINAMARCA	CUNDINAMARCA	0,969820357	CUNDINAMARCA	0	2,32859	87,5988	24,9397 0
GUAINIA	GUAINIA	0,37526055	GUAINIA	214,16	2,35515	0,65387	0 0
GUAVIARE	GUAVIARE	0,951489528	GUAVIARE	501,639	0	6,15072	0 0,07586
HUILA	HUILA	0,863874182	HUILA	46,328	0,62614	0	0 0
LA GUAJIRA	LA GUAJIRA	0,695614327	LA GUAJIRA	131,029	4,36228	38,0277	0 0
MAGDALENA	MAGDALENA	0,873239665	MAGDALENA	9,60372	0	24,8474	0 0
META	META	0,936821233	META	0	3,63391	1,79545	0 0
NARIÑO	NARIÑO	0,828479581	NARIÑO	92,5879	0	68,9281	0 0
NORTE DE SANTANDER	NORTE DE SANTANDER	0,871823296	NORTE DE SANTANDER	0	4,0148	3,31463	0 0
PUTUMAYO	PUTUMAYO	0,924422045	PUTUMAYO	236,648	2,33542	44,143	0 0
QUIINDIO	QUIINDIO	1	QUIINDIO	0	0	0	3,1E-11 0
RISARALDA	RISARALDA	0,964256594	RISARALDA	0	2,63224	0	1,11528 0
SAN ANDRES	SAN ANDRES	1	SAN ANDRES	0	0	0	0 0
SANTANDER	SANTANDER	0,928563288	SANTANDER	0	0,59505	99,6122	21,9765 0
SUCRE	SUCRE	1	SUCRE	2,6E-09	3,3E-10	1,8E-09	0 0
TOLIMA	TOLIMA	0,934117592	TOLIMA	39,2401	0	50,1583	0 0
VALLE DEL CAUCA	VALLE DEL CAUCA	0,756185666	VALLE DEL CAUCA	0	1,12214	141,032	27,2764 0
VAUPES	VAUPES	0,515499401	VAUPES	278,536	1,86127	4,67497	0 0
VICHADA	VICHADA	0,501041305	VICHADA	231,793	4,74747	5,08317	0 0